



Na, J., Yang, G. Y., Gao, G. B., & Zhang, J. G. (2016). Parameter estimation error based robust adaptive law design and experiments. *Kongzhi Lilun Yu Yingyong/Control Theory and Applications*, 33(7), 956-964. <https://doi.org/10.7641/CTA.2016.50693>

Link to published version (if available):
[10.7641/CTA.2016.50693](https://doi.org/10.7641/CTA.2016.50693)

[Link to publication record in Explore Bristol Research](#)
PDF-document

This is the author accepted manuscript (AAM). The final published version (version of record) is available online via South China University of Technology at http://jcta.alljournals.ac.cn/cta_cn/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=CCTA150693&flag=1 . Please refer to any applicable terms of use of the publisher.

University of Bristol - Explore Bristol Research

General rights

This document is made available in accordance with publisher policies. Please cite only the published version using the reference above. Full terms of use are available: <http://www.bristol.ac.uk/red/research-policy/pure/user-guides/ebr-terms/>

基于参数估计误差的鲁棒自适应律设计及验证

那 靖^{1†}, 杨光宇¹, 高贯斌¹, 张金岗¹

(1. 昆明理工大学 机电工程学院, 云南 昆明 650500)

摘要: 针对传统自适应控制系统设计的自适应律参数收敛慢进而影响控制系统瞬态性能的问题, 研究一类新的基于参数估计误差修正的鲁棒自适应律设计. 首先引入滤波操作给出参数估计误差的提取方法, 构建出含参数估计误差修正项的自适应律, 进而将该自适应律用于控制器设计和分析中, 可同时实现控制误差和参数估计误差指数收敛. 对比分析了几类传统自适应律和所提出自适应律的收敛性和鲁棒性, 并给出了保证参数收敛所需持续激励条件的一种直观、简便的在线判别方法. 数值仿真及基于自制三自由度直升机系统俯仰轴实验结果表明, 基于参数误差修正的自适应律及控制器可得到优于传统自适应方法的跟踪控制和参数估计性能.

关键词: 自适应控制; 参数估计; 非线性系统; 三自由度直升机

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Parameter estimation error based robust adaptive law design and experiments

NA Jing^{1 †}, YANG Guang-yu¹, GAO Guan-bin¹, ZHANG Jin-gang¹

(1. Faculty of Mechanical & Electrical Engineering, Kunming University of Science & Technology, Kunming Yunnan 650500, China)

Abstract: To address the sluggish parameter estimation and control performance of conventional adaptive control methods, this paper presents a new robust adaptive law based on the parameter estimation error. The information of parameter estimation error is first derived via filter operations, which is used as a new leakage term in the adaptive law design. The proposed adaptive law is further then incorporated into the adaptive control system, which can retain exponential convergence of the tracking control error and the parameter estimation simultaneously. Moreover, comparisons to other classical adaptive laws are provided with respect to the parameter estimation convergence and robustness property. A simple and intuitive approach to online test the required persistent excitation (PE) condition is suggested. Simulation and experimental results based on a small 3 DOF-helicopter show that the newly suggested adaptive method can achieve better control and estimation performance than other conventional adaptive schemes.

Key words: Adaptive control; Parameter estimation; Nonlinear systems; 3-DOF Helicopter

1 引言(Introduction)

自适应控制[1-5]可通过设计自适应律在线估计系统模型或控制器中的未知参数, 有效处理系统未知动态对控制性能的影响, 故从上世纪60年代以来一直是控制领域研究热点之一, 并已在一些实际系统中得到应用. 传统的直接自适应控制(如: 模型参考自适应)和间接自适应控制(如: 自校正控制)均基于梯度算法并利用控制误差或者观测/预测器误差设计自适应律来估计参数[3]. 该类方法在无干扰的理想情况下能证明闭环系统稳定性和估计参数稳态收敛(如渐进收敛), 但由于估计参数的误差是观测器误差/控

制误差的动态函数[4], 故参数估计瞬态性能依赖于观测器和控制器的收敛性能. 为增强参数估计收敛性能, Slotine等结合控制误差和预测器误差构造一种复合自适应控制[3]. Volyanskyy等则提出了一种新的Q-修正法, 通过积分表征固定时间窗内系统动态来构建新的修正项[6], 故需要一个大的堆栈区记录系统历史动态. 最近的研究[7]通过改变观测器设计和结构提出了一种有限时间收敛参数估计方法. 张国柱[8]等进一步将该方法推广到电机控制系统中同时实现了跟踪控制和参数估计. 但该类方法观测器设计中运用了无界积分操作, 同时需在线计求递推矩阵的逆, 计

收稿日期: 2015-08-08; 收修改稿日期: xxxx-xx-xx.

[†]通信作者. E-mail: najing25@163.com; Tel.: +86-871-65939186.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203066, 61573174), 云南省应用基础研究项目(2013FB028).

Supported by National Natural Science Foundation of China (61203066, 61573174) and Basic Research Project of Yunnan Province (2013FB028).

算较为复杂且可能遇到数值问题. 作者先期成果[9]则通过引入参数估计误差信息给出了几类可保证快速收敛的自适应参数估计方法, 并将该方法推广到时滞系统辨识[10], 周期信号辨识[11] 和车辆参数估计[12] 中.

此外, 传统梯度算法一个不足是系统存在干扰时会产生参数估计漂移现象, 甚至可能会导致系统不稳定[1]. 为解决梯度算法在含干扰时鲁棒性差的问题, Narendra 和 Ioannou 分别提出了 e -modification [2] 和 σ -modification [4] 方法, 保证了估计参数的有界性和闭环控制系统的稳定性, 并增强了自适应系统鲁棒性. 该类鲁棒自适应律也被广泛用于非线性系统自适应控制[13]. 最新的文献[14] 则引入估计参数的低频滤波量作为修正项, 可以有效降低自适应系统中包含的高频动态影响, 以便在保障鲁棒性同时通过高增益学习获得快速自适应过程. 但上述几类鲁棒自适应律由于引入了阻尼项, 不能获得未知系统参数的精确估计, 因此一般只能得到闭环控制系统一致最终有界的结果而非收敛到零点.

为实现自适应参数估计收敛, 一般系统递推向量/矩阵必须满足持续激励条件(persistent excitation, PE). 但PE 条件的在线测试和验证是一个公认重要但尚未完全解决的问题[4]. 事实上, 文献[7, 8] 中的有限时间参数估计算法需要在线验证PE 条件并在满足该条件时计算矩阵的逆. 为放松PE 条件, 文献[15] 提出利用系统动态历史数据和当前数据一起设计自适应律, 通过扩展递推向量 / 矩阵, 降低对当前数据激励条件的依赖性. 而[16] 则通过分析自适应系统收敛性能, 将对系统递推向量的持续激励条件等价于对给定参考信号'充分丰富' (sufficient richness, SR)的要求. 在作者先期研究[17] 中, 通过利用[9] 提出的基于参数估计误差的自适应律, 设计了针对机器人系统的自适应控制方法, 并给出在线判别PE 条件等价必要条件的一种方法, 并将该条件转换为对给定参考轨迹的需求. 但在上述结果中PE 条件的在线判别问题尚未完全解决(如: 只得到了必要条件, 而对于该条件的充分性未进行研究).

针对上述分析, 本文旨在针对非线性系统提出一种新的基于参数估计误差的自适应参数估计和控制结构. 首先通过引入滤波操作并定义合理的辅助变量得到实时参数估计误差(未知参数与估计参数之间的误差) 的表征形式, 然后将该信息引入自适应律设计中作为新的修正项, 基于此自适应律构建的自适应控制系统可保证控制误差和参数估计同时收敛. 该自适应系统设计方法虽采用了直接自适应控制设计框架, 但融入了间接自适应控制的优点(如能实现估计参数收敛), 且不需要传统间接自适应控制所采用的观测/预测器. 该自适应律设计仅利用系统当前已知动

态, 也不依赖于系统状态的微分信号. 本文还详细讨论了存在建模误差、外部干扰及量测噪声情况下所提出算法的鲁棒性, 并将新提出的方法与梯度算法和 σ -修正法进行对比, 分析了几种方法收敛性能和鲁棒性. 此外, 还提出了一种直观、有效的可在线判别持续激励条件的方法, 即将该条件等价为一个辅助矩阵的正定性(可通过计算其最小特征值进行判别), 并证明了二者等价的充分性和必要性. 最后, 将新提出的方法、传统梯度方法和 σ -修正算法进行了对比仿真, 并在实验室自制的小型三自由度直升机系统上进行实验, 结果验证了理论分析的正确性和新算法的有效性.

2 基于参数估计误差的自适应控制设计(Adaptive control with estimation error)

2.1 问题描述(Problem formulation)

考虑如下仿射形式非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)u + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态变量, $u(t) \in \mathbb{R}$ 为控制输入, $y \in \mathbb{R}$ 为系统输出; $f(x) \in \mathbb{R}, g(x) \in \mathbb{R}$ 均为未知系统动态, $d \in \mathbb{R}$ 表示外界干扰. 不失一般性, 假设 d 为有界变量.

本文目的在于: 1)设计控制器 u 使得系统状态 x 跟踪给定参考信号 $x_d = [x_{d1}, \dots, x_{dn}]^T$; 2) 利用系统输入 u 和状态信息 x 重建未知动态 $f(x)$ 和 $g(x)$.

假设1: 为保证系统(1) 的可控性, 本文假设 $g(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.

为采用自适应方法进行建模, 通常未知动态 $f(x)$ 和 $g(x)$ 部分已知, 即可表述为如下形式[13]

$$\begin{aligned} f(x) &= W_1^T \phi_1(x) + \varepsilon_f \\ g(x) &= W_2^T \phi_2(x) + \varepsilon_g \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\phi_i(x) = [\phi_{i1}, \phi_{i2}, \dots, \phi_{il_i}]^T \in \mathbb{R}^{l_i}, i = 1, 2$ 为Lipschitz 连续向量, $W_1 = [W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1l_1}]^T \in \mathbb{R}^{l_1}$ 和 $W_2 = [W_{21}, W_{22}, \dots, W_{2l_2}]^T \in \mathbb{R}^{l_2}$ 为未知参数向量, ε_f 和 ε_g 均为有界建模误差.

上述系统描述(2) 在非线性自适应控制系统设计中非常普遍, 其中未知非线性动态可用神经网络和模糊系统进行在线逼近, 故该表述可用于描述实际系统, 如: 飞行器、伺服电机和机器人等.

2.2 控制器设计(Control design)

本文中考虑建模误差 $\varepsilon_f, \varepsilon_g$, 干扰 d 以及量测噪声对自适应系统鲁棒性及参数估计收敛的影响. 为此, 假设传感器量测的系统状态 x 受量测噪声 $n \in \mathbb{R}^n$ 影响(不失一般性, 假设噪声 n 及其导数有界). 此时, 控

制系统跟踪误差即为量测状态和给定跟踪目标之间的误差 $e = x - x_d + n$. 设计误差变量为

$$r = [\Lambda^T, 1]e \quad (3)$$

其中 $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}]^T$ 为常数向量使得多项式 $s^{n-1} + \lambda_{n-1}s^{n-2} + \dots + \lambda_1$ 满足 Hurwitz 稳定. 则当 $r \rightarrow 0$ 可知 $e \rightarrow 0$. 根据系统(1) 求取 r 微分可得

$$\dot{r} = W_1^T \phi_1(x) + W_2^T \phi_2(x)u + \varepsilon_T + [0, \Lambda^T]e - \dot{x}_{dn} \quad (4)$$

其中, $\varepsilon_T = \varepsilon_f + \varepsilon_g u + d + [0, \Lambda^T]n + \dot{n}_n$ 为有界变量, 用于代表系统建模误差 ε_f , ε_g 、干扰 d 及量测噪声 n 的作用, 即满足 $|\varepsilon_T| \leq \varepsilon_N$, $\varepsilon_N > 0$.

可设计自适应控制器为

$$u = \frac{1}{\hat{W}_2^T \phi_2(x)} \left(-\hat{W}_1^T \phi_1(x) - k_v r - [0, \Lambda^T]e + \dot{x}_{dn} \right) \quad (5)$$

其中 $k_v > 0$ 为反馈增益, \hat{W}_1, \hat{W}_2 分别为未知参数 W_1, W_2 的估计值.

在上述控制器实现中, 需要设计自适应律对未知参数 W_1, W_2 进行在线估计. 传统自适应控制中, 通常采用跟踪误差 r 并根据梯度算法设计自适应律[3, 5]. 这些方法虽可在满足持续激励条件下证明估计参数渐进收敛到真值, 但其鲁棒性较差, 特别在存在干扰条件下甚至会破坏系统稳定性[1]. 而80年代发展起来的鲁棒自适应律[4]通过引入 e -modification, σ -modification 或者投影方法虽能保证估计参数有界性, 但却失去了估计参数收敛到真值的性质. 而由确定性等价条件[1]可知, 估计参数快速收敛将有助于提高系统控制性能. 为此, 本文将同时考虑参数估计和控制问题. 需指出, 本文仅采用系统状态变量 x 和输入 u 实现未知动态建模, 并且有别于间接自适应方法(如自校正控制[1], 复合自适应控[3]), 本文参数估计收敛通过在自适应律中引入新设计的基于参数估计误差的修正项实现, 而非通过构建复杂的观测/预测器进行叠加.

为设计基于参数估计误差的自适应律, 需运用已知的系统输入、输出信息提取出所蕴含的未知参数估计误差信息(即未知参数和估计参数之间的误差信息). 为此, 将方程(1)中最后一个式子写为

$$\dot{x}_n = W^T \phi(x, u) + \varepsilon_T \quad (6)$$

其中 $W = [W_1^T, W_2^T]^T$ 为扩展的未知参数向量, $\phi(x, u) = [\phi_1^T, \phi_2^T u]^T$ 为扩展的递推向量.

为设计自适应律, 定义如下滤波变量 x_{nf}, ϕ_f 为

$$\begin{cases} k\dot{x}_{nf} + x_{nf} = x_n, & x_{nf}(0) = 0 \\ k\dot{\phi}_f + \phi_f = \phi, & \phi_f(0) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中, $k > 0$ 为滤波常数.

利用上述滤波变量 ϕ_f, x_{nf} 和 x_n , 可定义辅助变

量 $M \in \mathbb{R}^{(l_1+l_2) \times (l_1+l_2)}$ 和 $N \in \mathbb{R}^{(l_1+l_2)}$ 为

$$\begin{cases} \dot{M} = -\ell M + \phi_f \phi_f^T, & M(0) = 0 \\ \dot{N} = -\ell N + \phi_f \left[\frac{x_n - x_{nf}}{k} \right]^T, & N(0) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\ell > 0$ 为设计参数.

最后, 根据辅助变量 M 和 N 引入误差变量 $\Theta \in \mathbb{R}^{l_1+l_2}$ 为

$$\Theta = M\hat{W} - N \quad (9)$$

其中, \hat{W} 为未知参数 W 的估计值.

则有如下引理:

引理1: 式(9)中定义的变量 Θ 可等价于 $\Theta = -M\tilde{W} + H$, 其中 $\tilde{W} = W - \hat{W}$ 为参数估计误差, $H = -\int_0^t e^{-\ell(t-r)} \phi_f(r) \varepsilon_{Tf} dr$ 代表系统误差动态(包括建模误差、干扰及量测噪声), 其中 ε_{Tf} 为误差动态 ε_T 的滤波变量(即: $k\dot{\varepsilon}_{Tf} + \varepsilon_{Tf} = \varepsilon_T$).

证明: 将式(7)中滤波操作 $1/(ks+1)$ 应用于式(6)并考虑(7)的第一个方程, 可得

$$\dot{x}_{nf} = \frac{x_n - x_{nf}}{k} = W^T \phi_f + \varepsilon_{Tf} \quad (10)$$

此外, 求解矩阵方程(8)可得其解为

$$\begin{cases} M(t) = \int_0^t e^{-\ell(t-r)} \phi_f(r) \phi_f^T(r) dr \\ N(t) = \int_0^t e^{-\ell(t-r)} \phi_f(r) \left[\frac{x_n(r) - x_{nf}(r)}{k} \right]^T dr \end{cases} \quad (11)$$

将式(10)代入(11), 可以验证 $N = MW - H$ 成立, 并将其代入(9)可得

$$\Theta = M\hat{W} - MW + H = -M\tilde{W} + H \quad (12)$$

成立. (证毕)

由引理1可知, 通过对系统已知动态 x, ϕ 引入滤波操作, 并定义辅助变量 M, N 求得的变量 Θ 包含了参数估计误差 \tilde{W} 的信息. 特别是, 当系统不存在误差动态 ε_T 时, 摄动误差 $H = 0$, 故 $\Theta = -M\tilde{W}$ 等价于参数估计误差. 不失一般性, 由于递推向量 $\phi(x, u)$ 为 Lipschitz 连续, $\varepsilon_f, \varepsilon_g$ 和 d, n 均有界, 故摄动误差 H 有界且满足 $\|H\| \leq \varepsilon_H, \varepsilon_H > 0$.

因此, 辅助变量 Θ 可用于设计如下自适应律在线得到参数估计变量 \hat{W}

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma(r\phi(x, u) - \kappa\Theta) \quad (13)$$

其中, $\Gamma > 0$ 为学习增益, $\kappa > 0$ 为修正系数.

注1: 自适应律(13)中, 首项 $r\phi$ 为常用的梯度误差项, 而 $\kappa\Theta$ 为新的包含参数估计误差 \tilde{W} 的修正项. 如下述定理1证明中所列, 采用该修正项可在 Lyapunov 函数分析中引入关于估计误差 \tilde{W} 的二次项, 故可同时证明控制误差和参数估计误差的指数收敛性能. 故本文提出的新型修正项 $\kappa\Theta$ 有别于常用的鲁棒自适应方法(σ -modification, e -modification [4]) 和梯度方法, 既克服了梯度方法鲁棒性差的问题, 也解决了鲁棒自

适应律参数不收敛的问题。

注2: 在自适应控制器(5)中, 分母中包含在线估计的系统动态 $\hat{W}_2^T \phi_2(x)$. 在实际系统控制中为避免可能存在的奇异问题, 可在自适应律(13)中引入投影算法[4]等保证 $\hat{W}_2^T \phi_2(x) \neq 0, \forall t \geq 0$.

2.3 稳定性及收敛性分析(Stability and convergence analysis)

在系统辨识和自适应控制中, 为保证参数收敛性能, 递推向量/矩阵需要满足持续激励条件(PE). 但该PE条件的在线验证非常困难, 特别对于非线性系统尚缺乏行之有效的验证策略[1, 4]. 本文通过引入辅助变量 M , 可给出一种PE条件的直观等价验证方法。

引理2: 若系统(6)中递推向量 ϕ 持续激励, 则(8)中定义的辅助矩阵 M 满足正定条件, 即 M 的最小特征值 $\lambda_{\min}(M) > \sigma > 0$. 反之, 若矩阵 M 满足正定条件, 则递推向量 ϕ 持续激励。

证明: 详细证明参见附录。

针对本文提出的自适应控制器(5)和自适应律(13), 有如下结论:

定理1: 针对系统(1), 设计控制器(5)和自适应律(13), 若递推向量 ϕ 满足PE条件, 则

- 1) 若无建模误差、干扰及量测噪声, 即 $\varepsilon_T = 0$, 则跟踪控制误差 r , e 和参数估计误差 \tilde{W} 指数收敛到零点。
- 2) 若存在建模误差、干扰及量测噪声, 即 $\varepsilon_T \neq 0$, 则跟踪控制误差 r , e 和参数估计误差 \tilde{W} 收敛到零点附近邻域内。

证明: 将(5)代入(4)可得闭环误差方程为

$$\dot{r} = -k_v r + \tilde{W}^T \phi(x, u) + \varepsilon_T \quad (14)$$

由引理1知 $\Theta = -M\tilde{W} + H$. 若 ϕ 持续激励, 由引理2知 $\lambda_{\min}(M) > \sigma > 0$. 选择Lyapunov函数为

$$V = \frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{2}\tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W} \quad (15)$$

可由(12), (13)和(14)计算 \dot{V} 为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r\dot{r} + \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}} \\ &= r(-k_v r + \tilde{W}^T \phi + \varepsilon_T) - \tilde{W}^T (r\phi - \kappa\Theta) \\ &= -k_v r^2 + r\varepsilon_T - \kappa \tilde{W}^T M \tilde{W} + \kappa \tilde{W}^T H \end{aligned} \quad (16)$$

1) 如不存在误差动态, 即 $\varepsilon_T = 0$ 则可得 $H = 0$, 故方程(16)变为

$$\dot{V} = -k_v r^2 - \kappa \tilde{W}^T M \tilde{W} \leq -\mu V \quad (17)$$

其中, $\mu = \min\{2k_v, 2\kappa\sigma/\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})\}$ 为正数. 故跟踪误差 r , e 和估计误差 \tilde{W} 均指数收敛到0, 且收敛速率 μ 依赖于增益 k_v , 持续激励度 σ 和自适应参数 Γ, κ .

2) 若系统存在误差动态, 此时 $\varepsilon_T \neq 0$, 利用不等

式 $ab \leq a^2\eta_1/2 + b^2/2\eta_1, \eta_1 > 0$ 则方程(16)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -(k_v - \frac{1}{2\eta_1})r^2 - \kappa(\sigma - \frac{1}{2\eta_1})\|\tilde{W}\|^2 \\ &\quad + \frac{\eta_1}{2}\varepsilon_N^2 + \frac{\kappa\eta_1}{2}\varepsilon_H^2 \\ &\leq -\tilde{\mu}V + \gamma \end{aligned} \quad (18)$$

选择控制参数满足 $k_v > \frac{1}{2\eta_1}\eta_1$ 且 $\eta_1 > \frac{1}{2\eta_1}\sigma$, 则 $\tilde{\mu} = \min\{2(k_v - \frac{1}{2\eta_1}\eta_1), \frac{2\kappa(\sigma - \frac{1}{2\eta_1}\eta_1)}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}\}$ 和 $\gamma = \eta_1\varepsilon_N^2/2 + \kappa\eta_1\varepsilon_H^2/2$ 均为正数. 根据Lyapunov定理可知, 跟踪误差 r 和估计误差 \tilde{W} 均一致最终有界(Uniformly Ultimately Bounded, UUB). 为进一步求其收敛边界, 可得不等式(18)的解满足 $V(t) \leq (V(0) - \gamma/\tilde{\mu})e^{-\tilde{\mu}t} + \gamma/\tilde{\mu}$, 故误差变量 r 和 \tilde{W} 将指数收敛到零点附近邻域 $\Omega := \{r, \tilde{W} | \|\tilde{W}\| \leq \sqrt{2\gamma/\tilde{\mu}\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}, |r| \leq \sqrt{2\gamma/\tilde{\mu}}\}$, 且该紧集大小依赖于误差动态 $\varepsilon_N, \varepsilon_H$ 的幅值, 持续激励度 σ 和参数 k_v, κ 和 Γ . 此时, 跟踪控制误差 e 也收敛到零点附近邻域内, 故控制系统状态 x 将收敛到给定参考信号 x_d 附近紧集内, 且该紧集大小受量测噪声 n 影响. (证毕)

注3: 由引理2可知, 通过引入辅助矩阵 M , 递推向量 ϕ 的持续激励条件等价于矩阵 M 的正定条件, 故可通过判定矩阵的正定性质(如计算其最小特征值或者条件数)在线判别系统PE条件是否满足. 因此本文提出了一类有效的PE条件判别方法. 此外如作者先期研究成果[17]所示, 将控制器(5)引入系统(1), 则所要求的PE条件可等价于对参考轨迹 x_d 满足充分激励(SR)的要求, 故可通过预先设计参考轨迹保证系统满足PE条件, 实现估计参数和控制误差同时收敛。

注4: 在本文中, 考虑了建模误差 $\varepsilon_f, \varepsilon_g$ 、量测噪声 n 和外在干扰 d 的影响. 根据定理1中证明可知, 该总和误差 ε_T 幅值越小, 控制和参数估计误差最终收敛的边界也越小. 此外, 如下述对比分析亦可知, 新提出的自适应律误差收敛边界亦仅直接取决于 ε_T 的幅值. 需指出, 本文提取的参数估计误差 Θ 用于自适应律(13)设计中, 增强参数估计收敛性能, 而非直接用于反馈控制器设计。

2.4 自适应律对比分析(Comparisons of adaptive laws)

本文主要贡献在于提出基于参数估计误差的新型自适应律(13). 该自适应律在梯度算法基础上增加新的修正项 Θ , 同时实现跟踪误差及估计误差收敛, 并可获得良好的鲁棒性能. 本小节将对对比分析所提出自适应律(13)和其他常用的自适应律(如: 梯度和 σ -modification 算法)的收敛性能和鲁棒性能. 为方便分析, 下述分析将以标量参数 $W \in \mathbb{R}$ 为例。

1) **梯度算法:** 此时自适应律完全由跟踪误差 r 驱

动,即为

$$\dot{\tilde{W}} = \Gamma r \phi(x, u) \quad (19)$$

可知梯度算法对应的参数估计误差方程为

$$\dot{\tilde{W}} = -\Gamma r \phi(x, u) \quad (20)$$

上述梯度算法(19) 主要问题在于当系统不满足PE 条件时无法保证估计参数误差 \tilde{W} 和 \hat{W} 的有界性, 特别在存在建模误差情况下鲁棒性较差(甚至引发系统不稳定[1]). 事实上, 从式(20) 可知, 当跟踪误差 r 有界时, \tilde{W} 亦可能无界.

2) σ -modification 算法: 为保证估计参数有界, 在梯度算法(19) 基础上引入阻尼修正项得到 σ -modification 算法为

$$\dot{\tilde{W}} = \Gamma (r \phi(x, u) - \kappa \hat{W}) \quad (21)$$

其中, $\kappa > 0$ 为修正系数. 可得估计误差方程为

$$\dot{\tilde{W}} = \Gamma (-r \phi + \kappa \hat{W}) = -\kappa \Gamma \tilde{W} - \Gamma r \phi + \kappa \Gamma W \quad (22)$$

可见, 修正项在上述误差方程(22) 中引入遗忘因子 $\kappa \Gamma \tilde{W}$, 因此误差方程(22) 满足有界输入-有界输出性质(Bounded-input-bounded-output, BIBO). 对任意有界控制误差 r 和未知参数 W , 估计误差 \tilde{W} 均有界, 因此估计参数 \hat{W} 亦有界. 故该自适应律可保证估计参数有界性, 鲁棒性较强.

但由于自适应律(21) 中修正项 $\kappa \hat{W}$ 起阻尼作用, 因此估计参数 \hat{W} 将只能收敛到给定值附近, 而非真实值 W 本身. 即使系统满足PE 条件情况下, 估计误差 \tilde{W} 也不能收敛到0. 事实上, 估计误差方程(22) 可表述为传递函数形式 $\tilde{W} = \frac{1}{s + \Gamma \kappa} (-\Gamma r \phi + \Gamma \kappa W)$ (s 为Laplace 算子). 因此, 估计误差 \tilde{W} 大小取决于未知参数 W , 故即使当跟踪误差 $r = 0$, \tilde{W} 也不能收敛到0.

3) 基于估计误差修正算法: 本文所提出自适应律(13) 中, 在梯度自适应律(13) 基础上引入了修正项 $\kappa \Theta$, 对应的估计误差方程为

$$\dot{\tilde{W}} = -\kappa \Gamma M \tilde{W} - \Gamma r \phi + \kappa \Gamma H \quad (23)$$

上式(23) 中亦存在遗忘因子 $\kappa \Gamma M \tilde{W}$, 因此自适应律(13) 将具有如 σ -modification (22) 方法的鲁棒性质, 即: 式(23) 中估计误差 \tilde{W} 也满足BIBO 稳定性质.

此外, 自适应律(13) 中修正项 $\kappa \Theta$ 可保证即使在存在误差 ε_T 和 H 情况下, 估计参数 \hat{W} 始终收敛到真实值 W 附近邻域内. 事实上, 估计误差方程(23) 可写为传递函数形式 $\tilde{W} = \frac{1}{s + \kappa \Gamma M} (-\Gamma r \phi + \kappa \Gamma H)$. 故在控制误差 $r = 0$ 情况下, 估计误差 \tilde{W} 边界大小将只取决于建模误差 H 本身. 因此, 本文提出的自适应律(13) 可获得比 σ -modification (22) 更好的参数估计收敛性能.

3 仿真分析(Simulations)

为验证所提出的算法有效性, 考虑如下包含机翼摇滚非线性动态特性的飞行器系统[15]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + u \end{cases} \quad (24)$$

其中, $f(x) = W_{11}x_1 + W_{12}x_2 + W_{13}|x_1|x_2 + W_{14}|x_2|x_2 + W_{15}x_1^3$ 为系统高频未建模动态, $W_{11} = 0.2314$, $W_{12} = 0.6918$, $W_{13} = -0.6254$, $W_{14} = 0.0095$, $W_{15} = 0.0214$ 为需要估计的未知参数, $\phi_1(x) = [x_1, x_2, |x_1|x_2, |x_2|x_2, x_1^3]$ 为递推参数向量. 给定跟踪参考轨迹 x_d 由周期60 秒, 幅值20 rad 的方波信号经过自然频率 $\omega_n = 0.4 \text{ rad/s}$, 超调系数为 $\zeta = 0.707$ 的二阶参考模型生成.

本文所提出控制器参数选择为 $\lambda_1 = 0.16$, $k_v = 2$, 自适应参数为 $\Gamma = \text{diag}([8, 8, 8, 8, 0.008])$, $\ell = 1$, $k = 0.001$, $\kappa = 1$. 图1 给出了控制系统响应图以及对应的控制信号, 由图可知本文所提出的自适应方法所得的控制系统具有良好的性能, 且控制信号比较平滑. 这是因为所提出的新的基于参数估计误差修正的自适应律(13) 可实现快速、准确的参数估计(如图2所示), 因而限制了系统所蕴含的高频未建模动态对于控制系统瞬态和稳态性能的影响.

为对比验证自适应律(13) 有效性, 本文亦给出了 σ -modification 方法(22) 的对比仿真结果. 为公平对比, 控制器参数和自适应学习参数保持不变. 系统响应如图3 所示, 而对应的参数估计结果由图4所示. 对比本文提出的基于参数估计误差自适应方法, 传统控制器虽然能得到较好的控制输出响应(图3子图1) 但控制信号 u (图3子图2) 含有高频振动成分, 且传统 σ -modification 方法得到的在线参数估计并不收敛到真实值. 特别在参考轨迹 x_d 发生激烈变化的时刻, 参数产生较大波动, 因而影响了系统的动态性能.

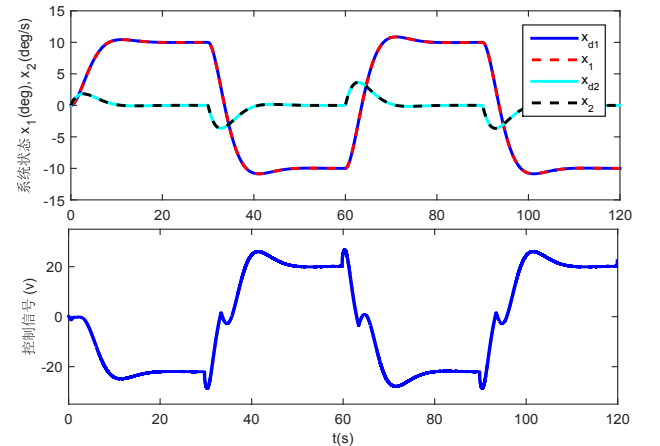


图1 基于参数估计误差算法的自适应控制效果

Fig. 1 Tracking control performance with estimation error

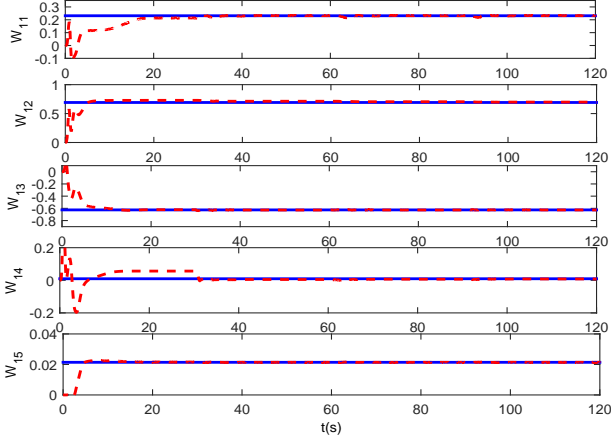
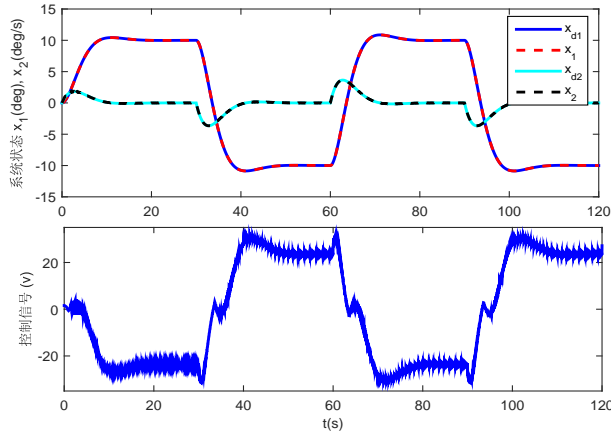
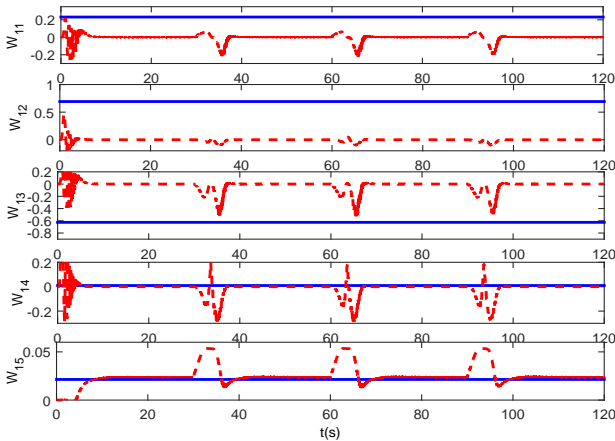


图2 基于参数估计误差算法的参数估计

Fig. 2 Parameter estimation via estimation error

图3 基于 σ -modification算法的自适应控制效果Fig. 3 Tracking control performance via σ -modification图4 基于 σ -modification算法的参数估计Fig. 4 Parameter estimation via σ -modification

4 实验验证(Experiments)

本文采用自制的三自由度小型直升机系统作为实验平台,该系统由基座、平衡杆、直升机体、驱动电机等组成,其工作原理示意图如图5所示.机体升降及旋转由直流电机驱动的2个螺旋桨提供动力,并通过控制两个电机带动螺旋桨转动产生所需要的升力,

可模拟飞行器的俯仰、横测和旋转等动作.3个位置传感器分别安装在机体与轴的连接处,用来采集三个轴的角度信息.本实验装置由作者所在实验室成员自主设计和加工而成,控制器部分采用飞思卡尔公司的Kinetis K60系列芯片运行,并以IAR嵌入式软件作为开发工具,通过USB 2.0 OTG接口进行上位机和下位机间通信.本次实验考虑该直升机系统俯仰轴运动,其运动平衡示意图如图5可见,俯仰轴的转矩是由两个螺旋桨产生的升力 $F_h = F_1 + F_2$ 产生,当升力 F_h 产生的力矩比重力 G 产生的力矩大时,直升机会上升,反之直升机下降.

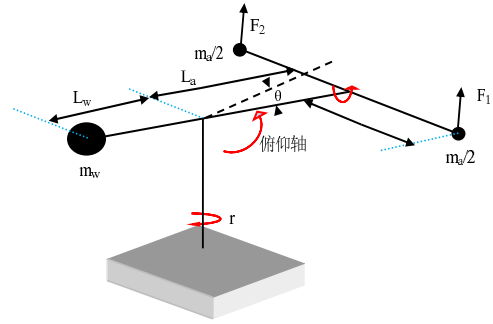


图5 三自由度直升机系统俯仰轴示意图

Fig. 5 Elevation dynamics of 3DOF-helicopter model

根据力矩平衡方程可得俯仰运动方程为

$$J_e \ddot{\theta} = k_c(u_L + u_R)L_a - T_g \quad (25)$$

其中: θ 为俯仰运动角度; J_e 为直升机俯仰轴转动惯量; L_a 为直升机本体到支点的距离, k_c 为电机电压/力矩系数. 可见该系统可写成系统(1)形式, 此时输入动态 $g(\cdot) = \frac{k_c L_a}{J_e}$ 为已知常数. 此外, $T_g = (m_h g L_a - m_w g L_w) \cos \theta$ 代表直升机的重力. 故对比系统(1)和(25)可知, 系统中等效的未知动态为 $f(x) = \frac{T_g}{J_e}$, 进而可以用反馈项 $\hat{W}_1^T \phi_1(x)$ 进行在线学习和补偿. 目前采用的控制策略大多假设直升机在水平位置附近变化很小, T_g 可以忽略不计. 这种线性化方法存在误差, 而且没考虑飞机起飞降落以及飞行实际过程中俯仰角的剧烈变化[18]. 故有必要设计自适应控制器补偿系统动态 T_g 的影响, 以获得满意的控制效果.

实验中选择幅度大小为 $\pm 10^\circ$ 的方波信号作为参考输入 r_d , 并通过参考模型 $\begin{bmatrix} \dot{x}_{d1} \\ \dot{x}_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ x_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_d$ 来产生理想跟踪参考信号 x_d . 根据在直升机系统反复实验, 选择控制器参数为: $\lambda_1 = 3, k_v = 2.5$. 选择递推基函数为 $\phi_1(x) = [a/(1 + e^{-b\theta}) + c, a/(1 + e^{-b\dot{\theta}}) + c]$, $a = 1, b = 2, c = -0.5$, 控制和学习参数为 $\Gamma = \text{diag}([100, 100]), \ell = 0.1, \kappa = 0.3$,

$k = 0.001$. 本文所提出的控制器及自适应律的跟踪效果和参数估计值分别如图 6 和图 7 所示. 从实验结果可以看出, 最大正超调为 1, 最大负超调为 -3, 响应时间约为 2.52 秒. 参数估计值 W_{11} 能较快收敛到 -0.3 附近, 且基本在 -0.2 到 -0.4 之间波动; 而 W_{12} 较快收敛到 0.55 附近, 且仅在 0.45 到 0.65 之间波动. 值得指出, 本文实验中俯仰角由位置传感器测量得到, 而用于控制和参数估计的角速度由传感器采集信号直接差分而得, 故会导致高频量测噪声放大进而引发估计参数和控制误差小幅波动.

为对比提出自适应律的有效性, 本文对传统 $\sigma - modification$ 自适应律进行了实验对比. 为公平对比, 控制器参数和自适应参数如上述所示. 实验结果如图 8 和图 9 所示. 由图 8 可见, 俯仰轴的跟踪效果较差, 最大超调量为 -5, 响应时间为 4.4 秒, 特别是对俯仰角上升阶段因为要克服的重力未能得到快速有效补偿, 故收敛较慢; 而下降时超调大于上升时的超调. 这可由参数估计值 (图 9) 可以看出, 传统自适应律的估计参数 W_{11} 和 W_{12} 大幅波动, 很难实现收敛.

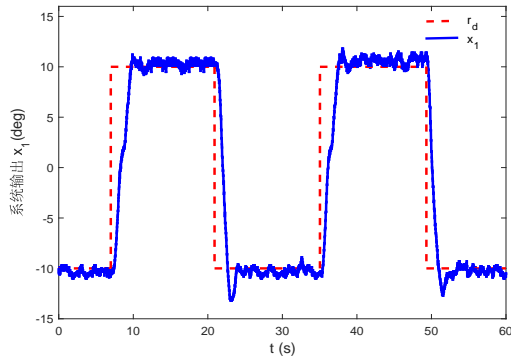


图 6 基于估计误差控制算法的俯仰轴跟踪效果图

Fig. 6 Tracking performance via estimation error

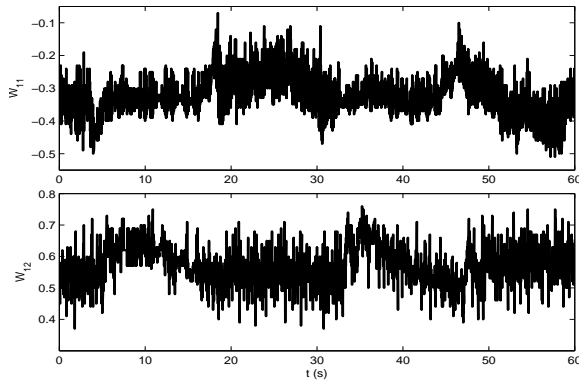


图 7 基于估计误差算法的未知参数估计值

Fig. 7 Parameter estimation via estimation error

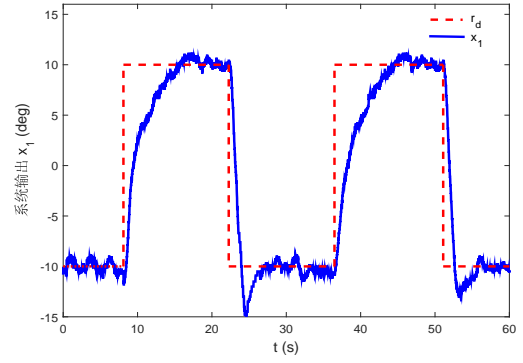


图 8 基于 $\sigma - modification$ 算法控制的俯仰轴跟踪效果图

Fig. 8 Tracking performance via $\sigma - modification$

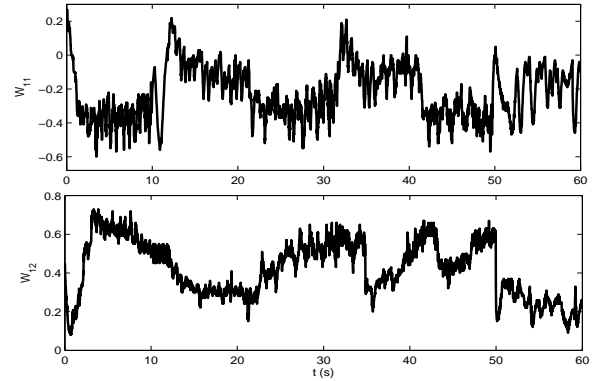
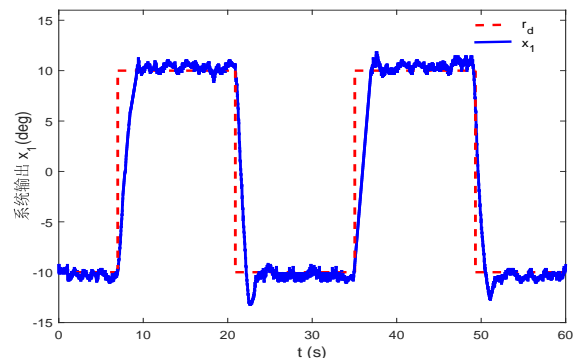


图 9 基于 $\sigma - modification$ 算法的未知参数估计值

Fig. 9 Parameter estimation via $\sigma - modification$

为进一步验证和对比所提出算法鲁棒性, 在系统中增加均值为 0, 方差为 0.1 的白噪声作为干扰 $d(t)$. 本文所提出自适应控制算法以及 $\sigma - modification$ 自适应律对比实验结果分别如图 10 和图 11 所示. 由图可见, 本文提出的自适应律和传统自适应律均能保证估计参数有界性, 但基于参数估计误差的方法能获得更好的收敛性能, 而 $\sigma - modification$ 方法所得参数随着系统动态变化有较大幅值波动 (图 11(a)). 这些估计参数的波动影响了控制系统输出跟踪性能 (如图 11(b) 具有较大的超调甚至稳态误差).

由上述实验结果可见, 与传统自适应律相比, 本文提出的基于参数估计误差的自适应方法能实现更加准确的估计效果, 且参数估计波动范围明显较小, 进而实现更好的控制效果 (如响应时间短, 超调量小).



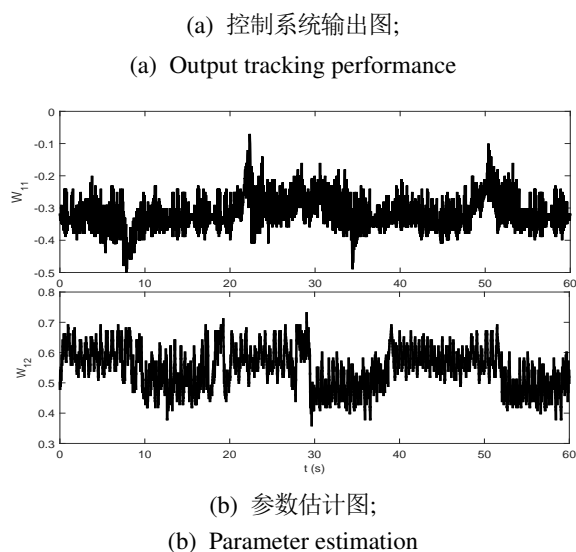
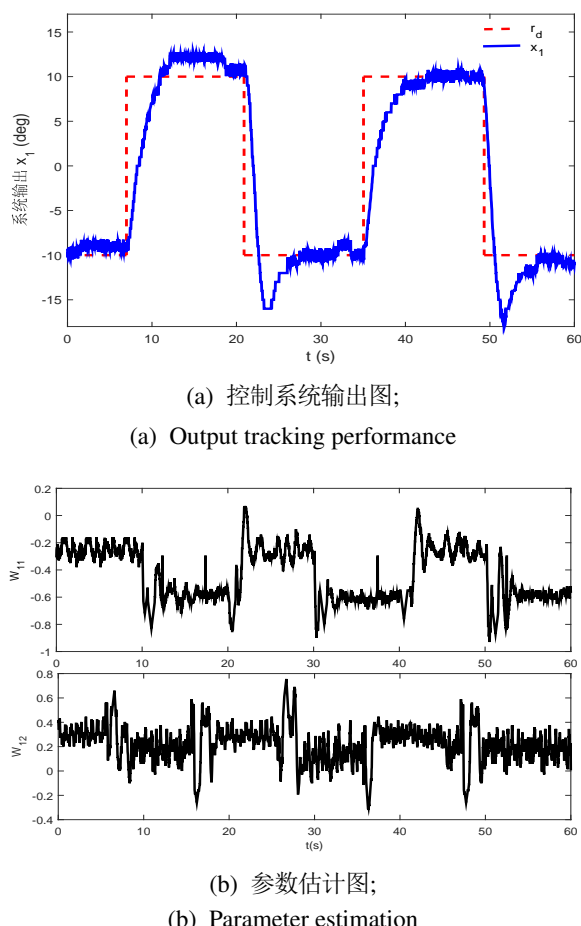


Fig. 10 含干扰时基于估计误差控制算法实验结果

Fig. 10 Experimental results via estimation error with noise

图 11 含干扰时基于 σ -modification算法实验结果Fig. 11 Experimental results via σ -modification with noise

5 总结语(Summary)

传统自适应控制方法设计自适应律一般采用控制误差驱动,鲁棒性较差;而引入 σ -modification和 e -modification的鲁棒自适应律虽能保证估计参数有界性但无法保证估计参数收敛到真实值,因此闭环

系统为一致最终有界而非收敛到零点.为此,本文提出一种新的自适应律设计方法,通过引入滤波操作并定义辅助变量,用已有的系统动态表述未知参数以及估计参数之间的误差信息,进而将其引入自适应律中作为新的修订项.新提出的自适应律可用于设计控制器中,可在直接自适应控制框架下结合间接自适应控制的优点,能同时实现控制误差和参数估计指数收敛,此外还能保证等同于 σ -modification方法的鲁棒性能.还给出了一个持续激励条件的在线等价判别方法.对比仿真和基于自制小型三自由度直升机平台的实验表明,新提出的控制方法能获得更快的参数估计收敛速度和更好的控制效果.

参考文献(References):

- [1] SASTRY S, BODSON M. *Adaptive control: stability, convergence and robustness* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [2] NARENDRA K S, ANNASWAMY A M. *Stable adaptive systems* [M]. NJ: Prentice Hall, 1989.
- [3] SLOTINE J-J E., LI W. *Applied nonlinear control* [M]. NJ: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1991.
- [4] IOANNOU P A, SUN J. *Robust adaptive control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [5] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and adaptive control design* [M]. New York: Wiley-Interscience, 1995.
- [6] VOLYANSKY K Y, HADDAD W M, CALISE A J. A new neuroadaptive control architecture for nonlinear uncertain dynamical systems: Beyond-and-modifications [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(11): 1707–1723.
- [7] ADETOLA V, GUAY M. Finite-time parameter estimation in adaptive control of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(3): 807–811.
- [8] 张国柱, 陈杰, 李志平. 基于复合自适应律的直线电机自适应鲁棒控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(8): 833–837.
(ZHANG G Z, CHEN J, LI Z P. An adaptive robust control for linear motors based on composite adaptation [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 833–837.)
- [9] NA J, MAHYUDDIN M N, HERRMANN G, REN X. Robust adaptive finite-time parameter estimation for linearly parameterized nonlinear systems [C]. *Proceedings of 32nd Chinese Control Conference (CCC)*. Xi'an: IEEE, 2013, pp.1735–1741.
- [10] NA J, YANG J, WU X, GUO Y. Robust adaptive parameter estimation of sinusoidal signals [J]. *Automatica*, 2015, 53: 376–384.
- [11] NA J, REN X, XIA Y. Adaptive parameter identification of linear SISO systems with unknown time-delay [J]. *Systems & Control Letters*, 2014(1), 66: 43–50.
- [12] YANG J Yang, NA J, GUO Y, WU X. Adaptive estimation of road gradient and vehicle parameters for vehicular systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(6): 935–943.
- [13] GE S S, HANG C C, LEE T H, ZHANG T. *Stable adaptive neural network control* [M]. MA, Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [14] YUCELEN T, HADDAD W M. Low-Frequency Learning and Fast Adaptation in Model Reference Adaptive Control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 1080–1085.
- [15] CHOWDHARY G, Mühlegg M, JOHNSON E. Exponential parameter and tracking error convergence guarantees for adaptive controllers without persistency of excitation [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(8): 1583–1603.

- [16] LIN J S, KANELAKOPOULOS I. Nonlinearities enhance parameter convergence in strict feedback systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 1999, 44(1):89–94.
- [17] NA J, MAHYUDDIN M N, HERRMANN G, REN X, BARBER P. Robust adaptive finite-time parameter estimation and control for robotic systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(16):3045–3071
- [18] 于明清, 徐锦法, 刘建业. 小型无人直升机控制律设计与仿真[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(6):792–796.
(YU M Q, XU J F, LIU J Y. Control design and simulation for small unmanned helicopter [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6):792–796.)

附录 引理2证明(Appendix Proof of Lemma 2)

证明:考虑式(7)中滤波多项式 $1/(ks+1)$ 为最小相位且严格正实稳定多项式, 故当递推向量 ϕ 满足PE条件时, 滤波向量 ϕ_f 也满足PE条件, 即有 $\int_t^{t+T} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq \varepsilon I$, 进而 $\int_{t-T}^t \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq \varepsilon I, t > T > 0$ 成立.

1) 首先证明若 ϕ_f 满足PE条件, 则矩阵 M 正定. 由上述分析可知, 当 ϕ_f 满足PE, 则在积分区间 $\tau \in [t-T, t]$ 内满足 $t-\tau \leq T$ 故有 $e^{-\ell(t-\tau)} \geq e^{-\ell T} > 0$ 成立, 且

$$\int_{t-T}^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq \int_{t-T}^t e^{-\ell T} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq e^{-\ell T} \varepsilon I \quad (26)$$

此外, 对于 $t > T > 0$ 有

$$\int_0^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau > \int_{t-T}^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \quad (27)$$

由(26)~(27), 可知

$$M = \int_0^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau > e^{-\ell T} \int_{t-T}^t \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq e^{-\ell T} \varepsilon I \quad (28)$$

故矩阵 M 为正定矩阵, 即存在 $\sigma = e^{-\ell T} \varepsilon$ 使得 $\lambda_{\min}(M) > \sigma > 0$ 成立.

2) 现证明若 M 为正定矩阵, 则 ϕ_f 满足PE条件. 根据 M 为正定矩阵知 $M = \int_0^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq \varepsilon I$ 成立. 故可得

$$\begin{aligned} \varepsilon I &\leq \int_0^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \\ &= \int_0^{t-T} e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau + \int_{t-T}^t e^{-\ell(t-\tau)} \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \\ &\leq \frac{e^{-\ell T}}{\ell} \|\phi_f\|_{\infty}^2 I + \int_{t-T}^t \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (29)$$

上式中最后一个不等式可由 $\int_0^{t-T} e^{-\ell(t-\tau)} d\tau \leq e^{-\ell T}/\ell$ 且 $0 < e^{-\ell(t-T)} \leq 1, \tau \in [t-T, t]$ 可推得. 故根据方程(29)得知

$$\int_{t-T}^t \phi_f^T(\tau)\phi_f(\tau)d\tau \geq \varepsilon^\dagger I, \text{ for } t \geq T \quad (30)$$

其中, $\varepsilon^\dagger = \varepsilon - e^{-\ell T} \|\phi_f\|_{\infty}^2/\ell$ 当 ℓ 和 T 足够大时为正数. 故可知 ϕ_f 满足PE条件, 进而知 ϕ 也满足PE条件.

作者简介:

那靖 (1982—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向: 自适应控制, 参数估计, 非线性控制及应用. E-mail: najing25@163.com;

杨光宇 (1992—), 男, 本科生, 目前研究方向: 控制系统开发及设计;

高贯斌 (1980—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向: 关节臂坐标测量, 机器人建模及控制;

张金岗 (1988—), 男, 硕士生, 目前研究方向: 自适应控制, 嵌入式系统开发.